

2010 年度 A 日程ゼミ選考試験 (90 分、10:00-11:30)

1 ある企業の生産関数が $q = K^{2/3}L^{1/3}$ (q :生産量、 K :資本ストック、 L :雇用者数)で、資本ストック K が短期的には固定投入であるとする。ただし賃金率 $w=1$ 、資本貸借率 $r=2$ は所与であるとする。(20 点)

- (1) 短期の総費用関数 $C(q, K)$ を求めよ。(5)
- (2) 短期の総費用関数から最適資本ストックを求めよ。(5)
- (3) 長期総費用関数 $C(q)$ を求めよ。(5)
- (4) 短期の費用曲線と長期の費用関数(横軸 q 、縦軸 C) を図示せよ。(5)

2 日本のビール市場が 2 社による寡占市場であるとする。費用関数はともに $C_i = 2q_i$, $i=1, 2$ でビールの需要関数が $Q = 10 - P$, $Q = q_1 + q_2$ (P :市場価格、 Q :市場生産量、 q_i :各社の生産量)である時、以下の問いに答えよ。(30 点)

- (1) q_2 を所与としたときの企業 1 の反応関数を求めよ。同様に q_1 を所与としたときの企業 2 の反応関数を求めよ (10)
- (2) クールノー均衡の元での市場の生産量 Q と価格 P を求めよ (5)
- (3) 企業 1, 2 のラーナーの独占度 L を求めよ (5)
- (4) カルテルのもとでの市場の生産量 Q と価格 P を求めよ (5)
- (5) カルテルのもとでの企業 1, 2 のラーナーの独占度 L を求めよ (5)

3 コーラ市場にはコカコーラ社(1 社)とペプシ社(2 社)があり、それぞれの需要関数が $q_1 = 444 - 4p_1 + 2p_2$, $q_2 = 438 + p_1 - 2p_2$ (q_i :各社の需要量、 p_i :各社の価格) 各社の費用関数が

$c_1 = 54q_1 + 80$, $c_2 = 81q_2 + 20$ (c_i :各社の総費用) で示されるとする。(20 点)

- (1) 各企業が競争相手の製品価格を所与として自社の価格を決めているとき、各企業の反応関数を求めなさい。この Bertrand 均衡における 2 社の製品価格はそれぞれいくらか
- (2) 各企業が競争相手の生産量を所与として自社の生産量を決めているとき、各企業の反応関数を求めなさい。この Cournot 均衡における 2 社の生産量はそれぞれいくらか

4 N 社と T 社の電球の寿命を比較するために両者の電球をそれぞれ無作為に 50 本購入して実験したところ平均寿命が N 社は 1010 時間、T 社は 1000 時間であった。電球の寿命時間の母標準偏差 σ が両社とも 10 時間であるとき以下の問いに答えなさい。(30 点)

- (1) 両社の電球の母集団における平均寿命を μ_N, μ_T とするとき、N 社の電球の標本平均 \bar{x}_N は正規分布に従うが、その平均 $E(\bar{x}_N)$ と分散 $\text{Var}(\bar{x}_N)$ を求めよ (5)
- (2) 両社の電球の平均寿命の差 $\bar{x}_N - \bar{x}_T$ はどのような確率分布に従うと考えられるか (5)
- (3) 両社の電球の母集団での平均寿命が同じ ($\mu_N = \mu_T = \mu$) という仮定のもとでは、(2) の確率分布はどのようなようになるか (5)
- (4) このデータから「N 社の電球のほうが T 社の電球よりも寿命が長い」という結論を導いても良いか? 有意水準 5% で検定をなさい。ただし標準正規分布に従う Z について $\text{Prob}(Z > 1.96) = 0.025$, $\text{Prob}(Z > 1.645) = 0.05$ とする。(10)
- (5) (4) の結論を下した場合 2 つの失敗の可能性はある。その 2 つの失敗について説明しなさい (5)

2010 年度 B 日程ゼミ選考試験 (90 分、10:00-11:30)

1 消費者の効用関数が $U = x_1 x_2$ であり、市場で 2 財の価格 p_1, p_2 と所得 M が与えられているとする。(20)

- (1) 第 1 財の需要関数 $x_1 = D(p_1, p_2, M)$ を求めなさい (5)
- (2) 第 1 財の自財価格弾力性を求めなさい (5)
- (3) 第 1 財の所得弾力性を求めなさい (5)
- (4) 第 1 財の所得消費曲線 (横軸が所得、縦軸が需要量) はどんな形状をしているか (5)

2 ある Price taker の企業の費用関数が $C = y^3 - 2y^2 + 5y$ (C :総費用, y :生産量)とする。

- (1) 限界費用 MC と平均費用 AC を求めよ (5)
- (2) 市場価格が 20 のとき、利潤が最大になる生産量を求めよ (5)
- (3) 損益分岐価格を求めよ (5)
- (4) 市場価格が 20 のとき政府がこの企業に 20 の定額税を課した。利潤を最大にする企業の生産量はどうか (5)

3 企業 1、2 の 2 社が存在する市場において下記企業の費用関数は $C_i = 2q_i$, $i=1,2$ 、市場の需要関数は $Q = 12 - P$ とする (C_i :企業 i の総費用、 q_i :企業 i の生産量、 $Q = q_1 + q_2$ 、 P :価格)。

- (1) 両企業が数量競争をするとき Nash 均衡における各企業の利潤額を求めよ (5)
- (2) 企業 1 の生産性が 2 倍になった時、各企業の利潤額を求めよ (5)
- (3) 両企業がカルテルを形成したとき、各企業の利潤額を求めよ (5)
- (4) 各企業が価格競争をするとき Nash 均衡における各企業の利潤額を求めよ (5)

4 あるリゾートホテルが繁忙期と非繁忙期の供給部屋数の計画を立てており、繁忙期の需要関数が $p_1 = 20 - q_1/2$ (q :需要量(部屋数)、 p :価格(料金))、非繁忙期における需要関数が $p_2 = 10 - q_2/2$ であるとする。ホテルの費用関数が $C = 10 + 5Q$ (C :費用, $Q = q_1 + q_2$)で、ホテルの戦略変数が q_1 と q_2 であるとき、以下の問いに答えよ。(20 点)

- (1) ホテルが利潤最大化を行うとき繁忙期の部屋供給量 q_1 と価格 p_1 はどれほどか (10)
- (2) 同様に非繁忙期の部屋供給量 q_2 と価格 p_2 はどれほどか (10)

5 Web を通じた販売が小売業の利益率に及ぼす影響を検証するために Web 通販企業 (タイプ 1) 50 社と対面販売企業 (タイプ 0) 50 社について利益率を調査した。その結果、前者は標本平均 $\bar{x}_1 = 5\%$ 、後者は標本平均 $\bar{x}_0 = 3\%$ という結果を得た。(母集団における利潤率の母平均 μ_1, μ_0 は未知だが、母標準偏差は共通で $\sigma = 2\%$ であることが分かっている)

- (1) 標本平均の差 $\bar{x}_1 - \bar{x}_0$ は確率変数となるが、その平均 (式) と分散 (数値) を求めよ (5)
- (2) 中心極限定理について説明しなさい (5)
- (3) この結果から「Web 販売を行った企業の方が利益率は高くなる」という結論を導いても良いか? 有意水準 5% で検定をしなさい。ただし標準正規分布に従う Z について $\text{Prob}(Z > 1.96) = 0.025$ 、 $\text{Prob}(Z > 1.645) = 0.05$ とする。(5)
- (4) 有意水準とは何か (5)