1999年　池尾研究会入ゼミ過去問

問1

ある消費者の効用関数Uが

$U=(24-L)X^{2/3}Y^{1/3}$　（Xの 2/3 乗 掛ける Yの 1/3 乗）

で与えられているとする。ただし、Lは労働時間、XとYはそれぞれ消費財Xと消費財Yの消費量であるとする。

このとき、1時間あたりの賃金をニュメレールとしたときの消費財Xと消費財Yの価格を、それぞれPxとPyとしたとき、この消費者の労働供給関数を求めよ（内分解を仮定してよい）。ただし、労働以外の所得源はないものとする。

また、Px=0.4 かつ Py=0.2 のときには、この消費者は何時間働こうとし、消費財Xと消費財Yをそれぞれ何単位づつ消費しようとするか。

問2

2消費者（1と2）、2消費財（XとY）の経済モデルを考える。消費財Xは私的財であり、消費財Yは公共財であるとする。

消費者1と消費者2の効用関数は、それぞれ

$$U_1=1/2\ \log X_1 + 1/2\ \log Y \qquad (1)$$

$$U_2=2/3\ \log X_2 + 1/3\ \log Y \qquad (2)$$

であるとする。ただし、X_i は消費者 i=1,2 の私的財消費量、Yは共通の公共財

消費量とする。また、この経済に利用可能な本源的資源の量は100で、消費財Xと消費財Yの1単位は、ともに収穫一定の技術の下で、それぞれ4と5の資源を用いることによって生産できるものとしよう。

この公共財を含む経済における契約曲線（パレート最適の条件）を考え、$X_1=5$のときの契約曲線上でのX_2とYの値を求めよ。同様に、$X_1=8$のときの契約曲線上でのX_2とYの値を求めよ。

問3

複占状態にある2つの企業（1と2）を考える。企業 j =1,2の費用関数は、それぞれ、

$$C_1 = x_1^2 + 30x_1 + 50 \qquad (1)$$

$$C_2 = 2x_2^2 + 250 \qquad (2)$$

であるとし、この市場の（逆）需要関数は、

$$p = 300 - (x_1 + x_2) \qquad (3)$$

で与えられているとする。ただし、x_j は、企業 j =1,2の生産量（=供給量）であるとする。

このとき、これら2つの企業の結合利潤の大きさを最大化する各企業の生産量は、それぞれいくらか。次に、企業1が先導者、企業2が追従者である場合の各企業の生産量はそれぞれいくらか。これら2組の値を求めよ。

問４

新古典派的な経済成長モデルを考える。経済全体の生産関数は、一次同次な

$$Y = \sqrt{K}\sqrt{L}$$

で与えられているものとする。ただし、Y は国民所得の大きさ、K は資本投入量を

表すものとする。

　限界貯蓄性向と平均貯蓄性向はともに 0.2 で、国民所得の 20%が貯蓄され、投資に向けられるものとする。このとき、人口成長率が 5%であるとすると、長期均衡成長経路における一人あたり資本装備率（K/L）と資本係数（K/Y）は、それぞれいくらになるかを求めよ。さらに、貯蓄性向を資本係数で除して得られる保証成長率の値を求めよ。